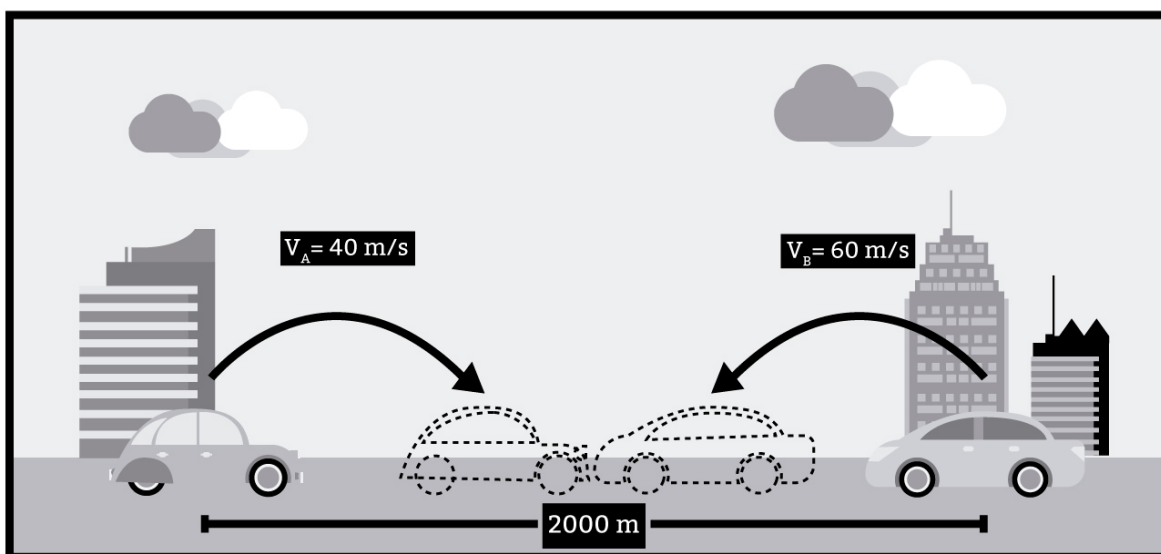


Ejercicios Resueltos: Problemas de Encuentros

➤ Ejercicio 1



Dos autos A y B se mueven en sentidos contrarios con velocidades constantes de 40 m/s y 60 m/s, respectivamente. ¿Después de que tiempo se encuentran si inicialmente estaban separados 2000 m?

Solución

El instante de tiempo en que los autos están separados 2000m, se le llamará $t = 0$, y definiremos el origen del sistema de coordenadas en el punto donde se encuentra el auto A en $t=0$, así:

$$\begin{aligned} x_{0A} &= 0; & x_{0B} &= 2000 \\ v_A &= 40 \text{ m/s}; & v_B &= -60 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Entonces, en cualquier instante posterior, las correspondientes funciones de posición (o itinerario) son

$$\begin{aligned} x_A &= 40t \\ x_B &= 2000 - 60t \end{aligned}$$

Para que el automóvil alcance al metrotren

$$x_A = x_B$$

$$40t = 2000 - 60t$$

Entonces,

$$t = 20 \text{ s}$$



➤ Ejercicio 2

Un maleante, viaja en un automóvil con una rapidez de 60[km/h] en una zona residencial. Cuando pasa frente a una motocicleta de carabineros, este sigue al delincuente partiendo del reposo con una aceleración de 160[km/h²]. Para la situación planteada:

- Dibuje una gráfica de posición v/s tiempo para ambos móviles.
- Determine el tiempo que tarda el policía en alcanzar al delincuente.
- La rapidez que lleva el policía al momento de alcanzar al delincuente.

Solución

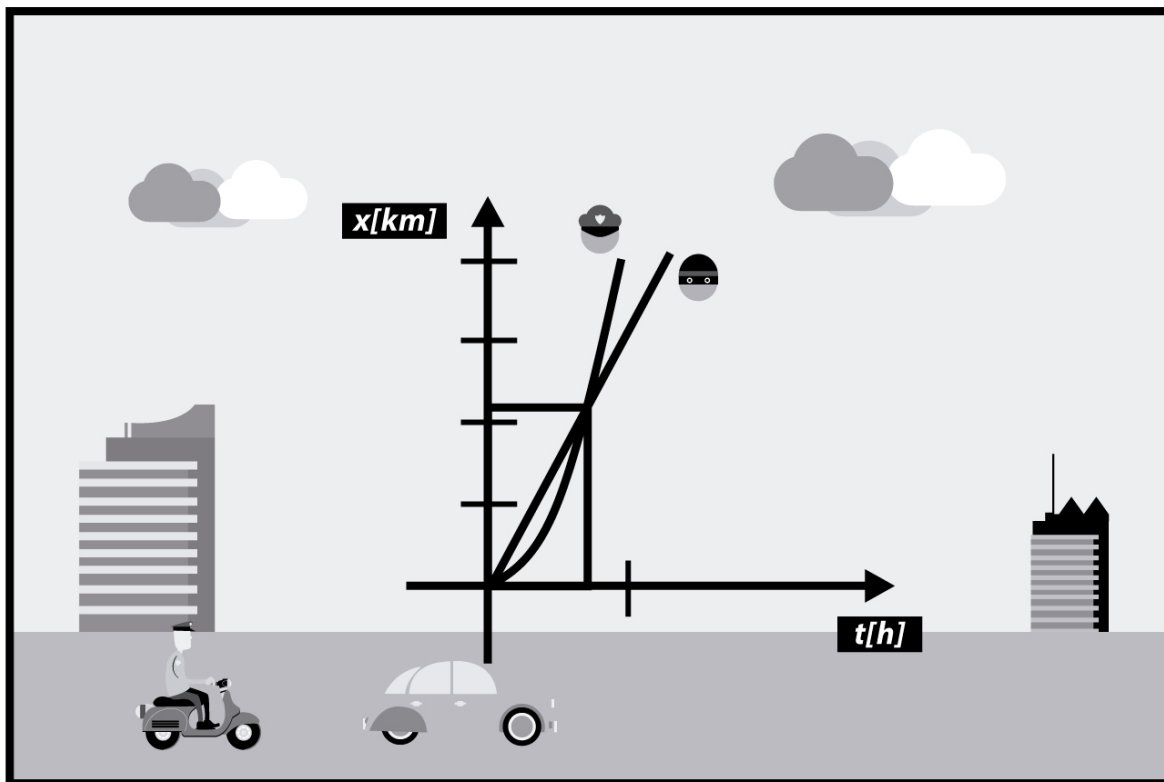
- A partir de “consideraciones físicas” se encuentra que la ecuación que representa el movimiento del delincuente en términos de su posición es

$$x_D(t) = v_d t = 60t$$

Análogamente la posición del policía está dada por

$$x_p(t) = \frac{1}{2} a_p t^2 = 80t^2$$

El gráfico adjunto muestra la posición del policía y del delincuente en función del tiempo.



- b) Para determinar el tiempo que tarda el policía en coger al delincuente, se debe encontrar las coordenadas del punto donde se intersectan las curvas del gráfico anterior. Matemáticamente esto se puede hallar igualando las ecuaciones que representan ambas curvas y despejando el tiempo. Entonces,

$$x_D(t) = x_P(t)$$

$$60t - 80t^2 = 0$$

$$(60 - 80t)t = 0$$

Las soluciones de esta ecuación son

$$t = 0$$

$$t = 0,75[h]$$

El tiempo que tarda el policía en pillar al delincuente es 0,75[h] o 45[min].

- c) La rapidez que lleva el policía se determina mediante la relación

$$v_P(t) = a_P t = 160t$$

$$v_P(0,75) = 160 \cdot 0,75 = 120[km/h]$$

Luego la rapidez velocidad del policía al momento de alcanzar al delincuente es de 120[km/h]. Note que esta rapidez es el doble de la rapidez que lleva el delincuente ¿siempre ocurre esto?



➤ Ejercicio 3

Un automóvil se desplaza por una carretera que es paralela a la vía de un metrotren. El automóvil se detiene ante un semáforo que está con luz roja en el mismo instante que pasa un metrotren con una rapidez constante de 12,0 [m/s]. El automóvil permanece detenido durante 6,0 s y luego parte con una aceleración constante de 2,0 [m/s²].

Determine:

- El tiempo que emplea el automóvil en alcanzar al metrotren, medido desde el instante en que se detuvo ante el semáforo.
- La distancia que recorrió el automóvil desde el semáforo hasta que alcanzó al metrotren.
- La rapidez del automóvil en el instante que alcanza al metrotren.

Solución

- Si “t” es el tiempo que emplea el automóvil en alcanzar al metrotren, entonces el tiempo empleado por el metrotren para recorrer esa misma distancia es “t+6”. Para que el automóvil alcance al metrotren, ambos deben tener la misma posición, de tal suerte que

$$x_A = x_M$$

Como el automóvil se mueve con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado y el metrotren lo hace con movimiento rectilíneo uniforme, entonces

$$x_{0,A} + v_{0,A}t + \frac{1}{2}a_A t^2 = x_{0,M} + v_{0,M}(t+6), \text{ donde } x_{0,A} = x_{0,M} = 0 \text{ y } v_{0,A} = 0.$$

Luego,

$$\frac{1}{2} \cdot 2,0 \cdot t^2 = 12,0(t+6)$$

$$t^2 - 12,0t - 72 = 0$$

$$t' = 16,39 \text{ [s]}, \quad t'' = -4,39 \text{ [s]}$$

Por tanto, el tiempo empleado por el automóvil para al alcanzar al metrotren, medido desde el instante en que se detuvo ante el semáforo, es

$$t = 16,39 + 6,0 = 22,39 \text{ [s]} \approx 22,4 \text{ [s]}$$



Otro método: cuando el automóvil parte, el metrotren está en la posición

$$x'_A = v_{0,A}t = 12 \cdot 6 = 72[m]$$

Entonces, en cualquier instante posterior, las correspondientes funciones de posición (o itinerario) son

$$x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 = t^2$$

$$x_M = 72 + 12t$$

Para que el automóvil alcance al metrotren

$$x_A = x_M$$

$$t^2 = 72 + 12t$$

Entonces,

$$t' = 16,39 [s], \quad t'' = -4,39 [s]$$

b) La distancia recorrida por el automóvil para alcanzar al metrotren es

$$x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 = t^2$$

$$x_A = 16,39^2$$

$$x_A = 269 \text{ m}$$

c) La rapidez del automóvil, en el instante que alcanza al metrotren, es

$$v_A = a_a t$$

$$v_A = 2,0 \cdot 16,39$$

$$v_A = 32,8 [m/s] = 118 [km/h]$$

