Equilibrio Estático del Sólido Rígido

1. Equilibrio mecánico.
2. Sólidos libre y vinculado.
3. Grados de libertad y reacciones en los vínculos.
4. Condiciones de equilibrio de un sólido rígido.

1. Equilibrio Mecánico

$$\text{Equilibrio Mecánico} \begin{cases} \sum \vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \vec{v} = 0 \\ \vec{v} = \text{cte} \end{cases} \\ \\ \sum \vec{M} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{\alpha} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \vec{\omega} = 0 \\ \vec{\omega} = \text{cte} \end{cases} \end{cases}$$

ESTÁTICO

Equilibrio Estático del Sólido Rígido

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{v} = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{No se traslada} \\ \vec{\omega} = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{No gira} \end{array}}$$

2. Sólidos libre y vinculado

- Sólido libre: su movimiento no está restringido.
- Sólidos vinculado: su movimiento presenta restricciones.

3 . Grados de libertad y reacciones en los vínculos

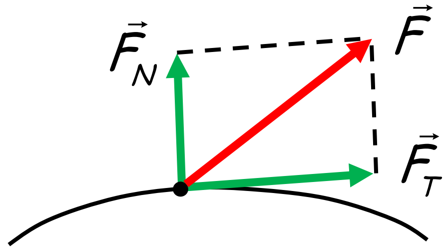
- Grados de libertad: Variables o coordenadas que definen la posición de una partícula o de un sistema de partículas (sólido). Desde un punto de vista práctico se refiere a las posibilidades de movimiento del cuerpo.

- Vínculos: al limitar las posibilidades de movimiento, reducen los grados de libertad.

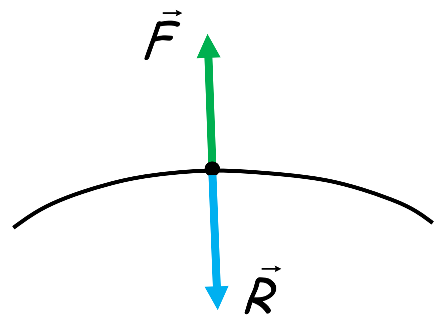
Ejemplo: Un sólido rígido atravesado por un eje fijo sólo tiene dos grados de libertad: traslación a lo largo del eje y otro de rotación alrededor de él.

4. Reacciones en los vínculos

- Vínculos lisos: La reacción en el vínculo es perpendicular al vínculo en el punto de contacto.

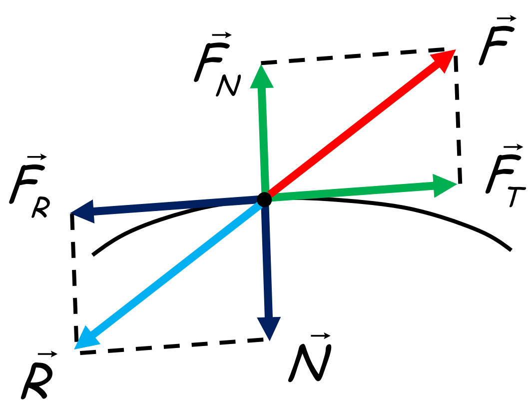


(No equilibrio)



(Equilibrio)

- Vínculos con rozamiento: La reacción NO es perpendicular al vínculo en el punto de contacto.



(Equilibrio)

5. Condiciones de equilibrio de un sólido rígido

Condición necesaria y suficiente para el equilibrio de un sólido rígido:

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_z = 0 \end{cases}$$

No hay traslación

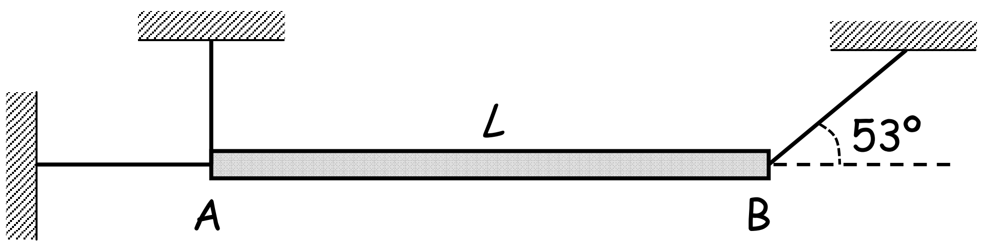
$$\sum \vec{M} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \sum M_x = 0 \\ \sum M_y = 0 \\ \sum M_z = 0 \end{cases}$$

No hay rotación

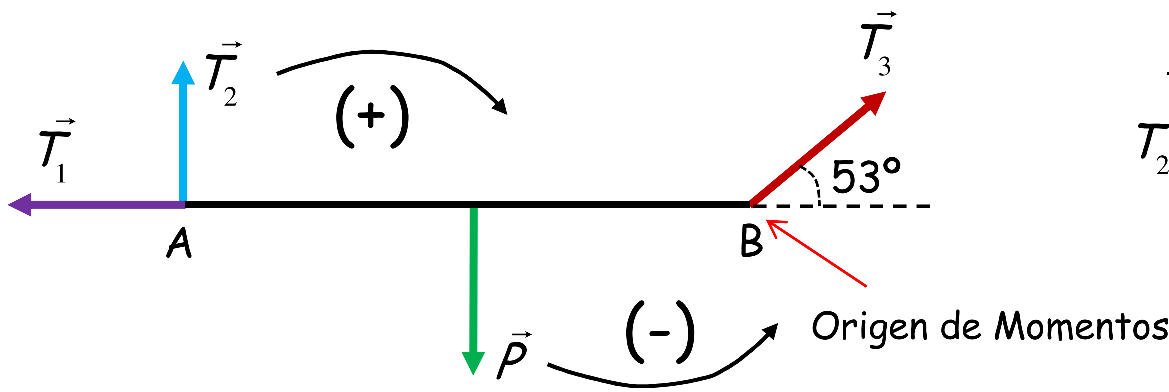
Las fuerzas externas aplicadas al sólido no producen en el sólido movimiento de traslación ni de rotación.

Ejemplo 1.

La figura adjunta muestra un tablón homogéneo suspendido por tres cuerdas. Determinar las tensiones en cada una de las cuerdas, si el tablón pesa 1000 N.



$$\left.\begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_B = 0 \end{array}\right\}$$



$$\left.\begin{array}{c} -T_1 + T_3 \cos 53^\circ = 0 \\ T_2 + T_3 \,\text{sen}\, 53^\circ - P = 0 \\ T_2\, L - P\dfrac{L}{2} = 0 \end{array}\right\}$$

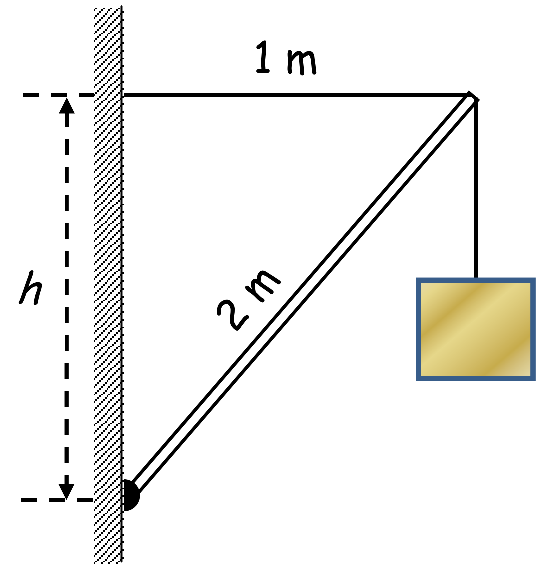
De la tercera ecuación: $T_2 \cancel{L} - 1000\dfrac{\cancel{L}}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_2 = 500\text{ N}$

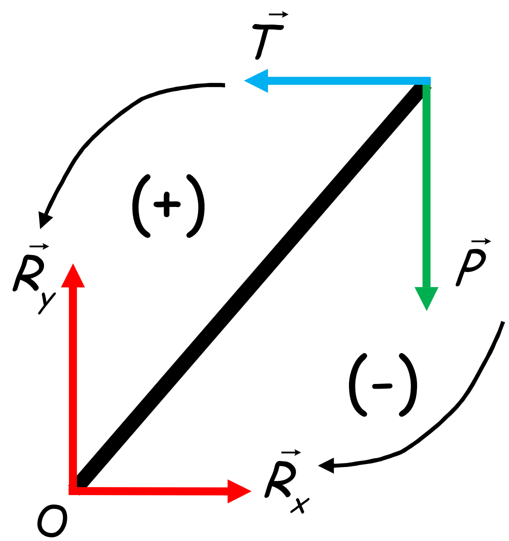
Sustituyendo en la segunda: $500 + T_3 \,\text{sen}\, 53^\circ = 1000 \quad \Rightarrow \quad T_3 = 625\text{ N}$

Y, finalmente, de la primera: $T_1 = 625 \cos 53^\circ \quad \Rightarrow \quad T_1 = 375\text{ N}$

Ejemplo 2.

Una barra de 2 m de longitud soporta un cuerpo de 1200 kg de masa con la ayuda de un cable horizontal como indica la figura. Hallar las fuerzas ejercidas por el cable y por la barra.





$$\left.\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum M_O &= 0 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} R_x - T &= 0 \\ R_y - P &= 0 \\ T\,h - P\,1 &= 0 \end{aligned}\right\}$$

$h = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$

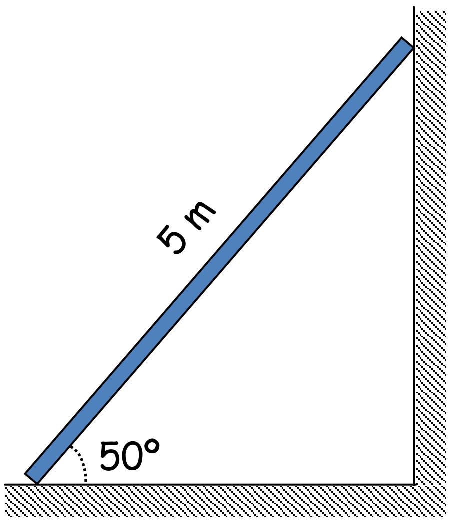
De la última ecuación: $T\,\sqrt{3} - 12000 \cdot 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad T = 6928\ \text{N}$

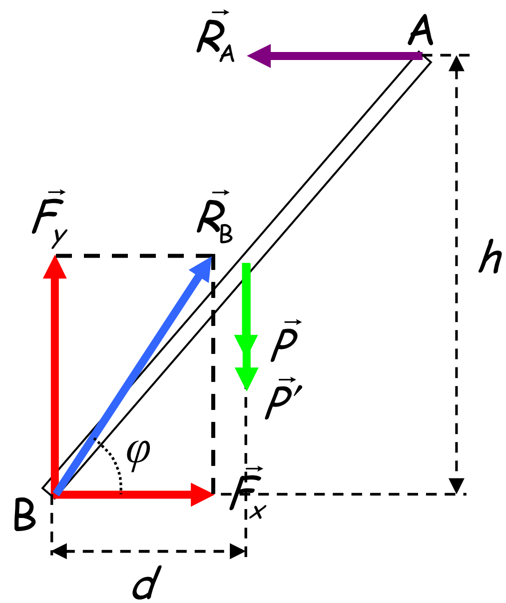
$$\left.\begin{aligned} R_x &= T & \Rightarrow \quad R_x &= 6928\ \text{N} \\ R_y &= P & \Rightarrow \quad R_y &= 12000\ \text{N} \end{aligned}\right\}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{6928^2 + 12000^2} = 13856{,}3\ \text{N}$$

Ejemplo 3.

Una escalera homogénea de 5 m de longitud que pesa 60 kp se encuentra en equilibrio apoyada en una pared formando un ángulo de 50° con el suelo. Un hombre de 70 kp está en la mitad de la escalera. Si la pared no tiene rozamiento, encontrar las fuerzas ejercidas por el sistema sobre el suelo y sobre la pared.





$$\left.\begin{array}{l} \sum \vec{F}_x = 0 \\ \sum \vec{F}_y = 0 \\ \sum \vec{M}_B = 0 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r} F_x - R_A = 0 \\ F_y - P - P' = 0 \\ (P + P')\,d - R_A\,h = 0 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} \cos 50° = \dfrac{d}{2{,}5} \quad \Rightarrow \quad d = 2{,}5 \cos 50° = 1{,}61\ \text{m} \\ \text{sen } 50° = \dfrac{h}{5} \quad \Rightarrow \quad h = 5 \text{ sen } 50° = 3{,}83\ \text{m} \end{array}\right\}$$

$$(60 + 70) \cdot 1{,}61 = R_A\ 3{,}83$$

$$R_A = 54{,}65\ \text{kp}$$

$$F_x = R_A = 54{,}65\ \text{kp}$$

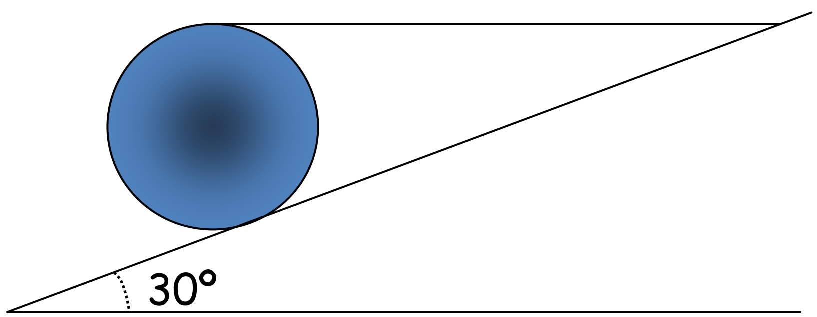
$$F_y = (P + P') = 130\ \text{kp}$$

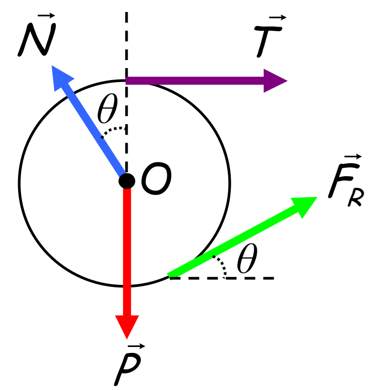
$$R_B = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{54{,}65^2 + 130^2} = 141{,}02\ \text{kp}$$

$$\tan\varphi = \frac{F_y}{F_x} = \frac{130}{54{,}65} = 2{,}38 \quad \Rightarrow \quad \varphi = 67{,}21°$$

Ejemplo 4.

Un cilindro de 5 kg de masa tiene una cuerda arrollada sobre su superficie. El extremo libre de la cuerda se sujeta a un plano inclinado de 30° de tal forma que se alcanza la situación de equilibrio cuando la cuerda queda perfectamente horizontal, como muestra la figura. Determinar: a) la tensión de la cuerda, b) la fuerza normal que ejerce el plano inclinado sobre el cilindro, c) ¿cuál es el mínimo coeficiente de rozamiento estático entre el cilindro y el plano inclinado para que se de la mencionada situación de equilibrio.





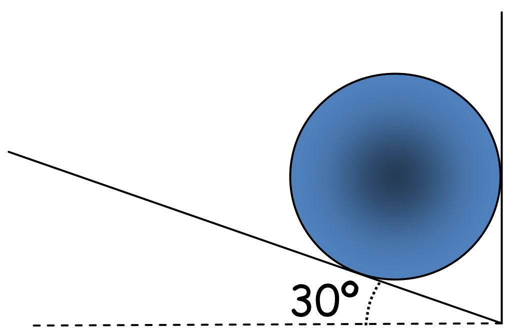
$$\left.\begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_0 = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left.\begin{array}{r} T + F_{R_x} - N \operatorname{sen}\theta = 0 \\ N\cos\theta + F_R \operatorname{sen}\theta = 0 \\ T\,R - F_R\,R = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow T = F_R$$

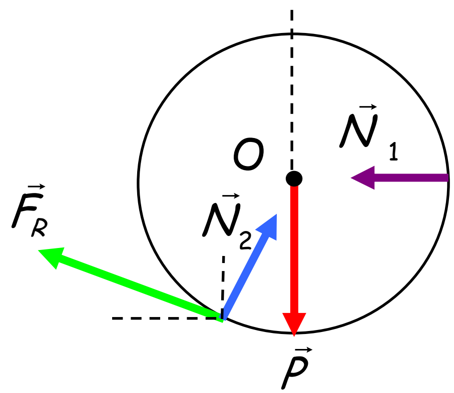
$$\left.\begin{array}{r} T + T\cos 30^\circ = N \operatorname{sen} 30^\circ \\ N\cos 30^\circ + T \operatorname{sen} 30^\circ = 50 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r} T = F_R = 13{,}4\ \text{N} \\ N = 50\ \text{N} \end{array}\right\} \qquad (F_R)_{max} = \mu_e N \Rightarrow \mu_e = \frac{(F_R)_{max}}{N} = \frac{13{,}4}{50} = 0{,}268$$

Ejemplo 5.

Una esfera de 10 kg y 0,1 m de radio reposa en una esquina formada por un plano inclinado de 30º y una pared vertical lisa. Calcular las fuerzas que las dos superficies ejercen sobre la esfera.





$$\left.\begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_0 = 0 \end{array}\right\}$$

Si tomamos origen de momentos en el centro de la esfera, sólo la fuerza de rozamientos producirá momentos, por tanto:

$$F_R R = 0 \quad \Rightarrow \quad F_R = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} N_2 \,\mathrm{sen}\, 30 - N_1 = 0 \\ N_2 \cos 30 - P = 0 \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad N_2 \cos 30 = P \quad \Rightarrow \quad N_2 = \frac{P}{\cos 30} = \frac{10 \cdot 9{,}8}{\cos 30} = 113{,}2 \text{ N}$$

$$N_1 = N_2 \,\mathrm{sen}\, 30 = 113{,}2 \,\mathrm{sen}\, 30 = 56{,}6 \text{ N}$$