

## OPERACIONES COMBINADAS CON FRACCIONES ALGEBRAICAS.

¿Cómo realizarías operaciones combinadas?

Imagina que te encuentras con una expresión de la forma  $\left(x - 2 - \frac{16}{x-2}\right) \div \left(x + 5 - \frac{4}{x-2}\right)$ , obviamente ya tienes los conocimientos para resolverla sin embargo es importante aplicar un orden para resolver las operaciones, más adelante veras varios ejemplos.

### Operaciones Combinadas

En la resolución de operaciones combinadas con fracciones algebraicas, procede de acuerdo a las siguientes consideraciones:

- En el caso de tener signos de agrupación desarróllalos primero y después efectúa el resto de las operaciones.
- De no tener signos de agrupación, efectúa primero las multiplicaciones y las divisiones y luego las sumas y las restas.

### Ejemplo A

Efectúa y simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{2}{x+3} + \frac{3x+3}{x^2-2x-8} \cdot \frac{x^2+x-2}{x^2-1} =$$

Factorizando y simplificando

$$\frac{2}{x+3} + \frac{3(x+1)}{(x-4)(x+2)} \cdot \frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x-1)} = \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x-4} = \frac{2(x-4)+3(x+3)}{(x+3)(x-4)} = \frac{5x+1}{(x+3)(x-4)}$$

**Resultado:**  $\frac{5x+1}{(x+3)(x-4)}$

### Fracciones Compuestas o Complejas.

Una **fracción compleja** es aquella cuyo numerador o denominador son a su vez fracciones. Para simplificar una fracción compleja resuelve independientemente las fracciones del numerador y el denominador hasta obtener una fracción simple de la siguiente forma

$$\frac{\frac{A}{B}}{\frac{C}{D}}$$

Y luego efectúa la división de fracciones de cualquiera de las dos formas siguientes:

a.  $\frac{\frac{A}{\frac{B}{\frac{C}{D}}}}{C} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}$  multiplicando los extremos y los medios, llamado este procedimiento **doble C** o **Ley de la oreja**.

b.  $\frac{\frac{A}{\frac{B}{\frac{C}{D}}}}{D} = \frac{A}{B} \div \frac{C}{D}$

### Ejemplo B

Efectúa y simplifica

$$\frac{\frac{x+3}{x^2-x}}{\frac{2x+6}{x-1}} =$$

El numerador  $\frac{x+3}{x^2-x} = \frac{x+3}{x(x-1)}$

El denominador  $\frac{2x+6}{x-1} = \frac{2(x+3)}{x-1}$

Luego simplificamos aplicando la doble C o ley de la oreja  $\frac{\frac{x+3}{x(x-1)}}{\frac{2(x+3)}{x-1}} = \frac{(x+3)(x-1)}{x(x-1)2(x+3)} = \frac{1}{2x}$

**Resultado:**  $\frac{1}{2x}$

Aplicando en la expresión dada al principio

$$\left(x - 2 - \frac{16}{x-2}\right) \div \left(x + 5 - \frac{4}{x-2}\right) = \left(\frac{(x-2)(x-2) - 16}{x-2}\right) \div \left(\frac{(x+5)(x-2) - 4}{x-2}\right) =$$

$$\left(\frac{(x-2)^2 - 16}{x-2}\right) \cdot \left(\frac{x-2}{(x+5)(x-2)}\right) = \frac{(x-2)^2 - 16}{(x+5)(x-2)} = \frac{x^2 - 4x + 4 - 16}{x^2 + 3x - 10 - 4} = \frac{x^2 - 4x - 12}{x^2 + 3x - 14}$$

**Resultado:**  $\frac{x^2-4x-12}{x^2+3x-14}$

**EJERCICIOS RESUELTOS**

1. Efectúa y simplifica

$$\left(\frac{x}{x+3} \cdot \frac{2}{x-2}\right) \div \left(\frac{x^4-36}{x^2+11x+24}\right)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{x}{x+3} \cdot \frac{2}{x-2}\right) &\div \left(\frac{x^4-36}{x^2+11x+24}\right) \\ &= \frac{2x}{(x+3)(x-2)} \cdot \frac{(x+8)(x+3)}{(x^2+6)(x^2-6)} \\ &= \frac{2x(x+8)}{(x-2)(x^4-36)} \end{aligned}$$

**Respuesta:**  $\frac{2x(x+8)}{(x-2)(x^4-36)}$

2. Efectúa y simplifica

$$\left(\frac{m^2-6m+8}{m^2-2m-24}\right) \left(\frac{m^2+7m+12}{m^2-7m+10}\right) \div \left(\frac{m^2-9}{m^2-36}\right)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{m^2-6m+8}{m^2-2m-24}\right) \left(\frac{m^2+7m+12}{m^2-7m+10}\right) &\div \left(\frac{m^2-9}{m^2-36}\right) = \\ \frac{(m-4)(m-2)}{(m-6)(m+4)} \cdot \frac{(m+4)(m+3)}{(m-5)(m-2)} &\div \frac{(m-3)(m+3)}{(m-6)(m+6)} = \\ \frac{(m-4)(m+3)}{(m-6)(m-5)} \cdot \frac{(m-6)(m+6)}{(m-3)(m+3)} &= \frac{(m-4)(m+6)}{(m-5)(m-3)} \end{aligned}$$

**Respuesta:**  $\frac{(m-4)(m+6)}{(m-5)(m-3)}$

3. Efectúa y simplifica

$$\frac{\frac{t}{t-3} - \frac{3}{t+3}}{\frac{1}{t-3} - \frac{1}{t+3}} =$$

$$\frac{\frac{t}{t-3} - \frac{3}{t+3}}{\frac{1}{t-3} - \frac{1}{t+3}} = \frac{\frac{t(t+3)-3(t-3)}{(t-3)(t+3)}}{\frac{(t+3)-(t-3)}{(t-3)(t+3)}} = \frac{t(t+3)-3(t-3)}{(t+3)-(t-3)} =$$

$$\frac{t^2+3t-3t+9}{t+3-t+3} = \frac{t^2+9}{6}$$

**Respuesta:**  $\frac{t^2+9}{6}$

4. Efectúa y simplifica

$$\frac{1+\frac{b}{b-1}}{1-\frac{b}{b+1}} =$$

$$1 + \frac{b}{b-1} = \frac{b-1+b}{b-1} = \frac{(2b-1)(b+1)}{(b-1)}$$

**Respuesta:**  $\frac{(2b-1)(b+1)}{(b-1)}$

5. Efectúa y simplifica

$$\frac{\frac{a+3}{a-5} + \frac{a+5}{a-3}}{\frac{a+4}{a-5} + \frac{a-5}{a+4}} =$$

$$\begin{aligned} \frac{\frac{a+3}{a-5} + \frac{a+5}{a-3}}{\frac{a+4}{a-5} + \frac{a-5}{a+4}} &= \frac{\frac{(a+3)(a-3) + (a+5)(a-5)}{(a-5)(a-3)}}{\frac{(a+4)^2 + (a-5)^2}{(a-5)(a+4)}} \\ &= \frac{(a^2 - 9 + a^2 - 25)(a-5)(a+4)}{[(a+4)^2 + (a-5)^2](a-5)(a-3)} \\ &= \frac{(2a^2 - 34)(a+4)}{[2a^2 - 2a + 41](a-3)} \\ &= \frac{2(a^2 - 17)(a+4)}{[2a^2 - 2a + 41](a-3)} \end{aligned}$$

**Respuesta:**  $\frac{2(a^2-17)(a+4)}{[2a^2-2a+41](a-3)}$

6. Efectúa y simplifica

$$\frac{\frac{m}{m-4} + \frac{1}{m-1}}{\frac{m}{m-1} + \frac{2}{m-3}} =$$

$$\begin{aligned} \frac{\frac{m}{m-4} + \frac{1}{m-1}}{\frac{m}{m-1} + \frac{2}{m-3}} &= \frac{\frac{m(m-1) + (m-4)}{(m-4)(m-1)}}{\frac{m(m-3) + 2(m-1)}{(m-1)(m-3)}} \\ &= \frac{[m(m-1) + (m-4)](m-1)(m-3)}{[m(m-3) + 2(m-1)](m-4)(m-1)} = \end{aligned}$$

$$\frac{(m^2 - 4)(m-3)}{(m^2 - m - 2)(m-4)} = \frac{(m+2)(m-2)(m-3)}{(m-2)(m+1)(m-4)} =$$

$$\frac{(m+2)(m-3)}{(m+1)(m-4)}$$

**Respuesta:**  $\frac{(m+2)(m-3)}{(m+1)(m-4)}$

7. Efectúa y simplifica

$$\frac{p-6 + \frac{22}{2p+3}}{p-5 + \frac{11}{2p+3}} =$$

$$\frac{p-6 + \frac{22}{2p+3}}{p-5 + \frac{11}{2p+3}} = \frac{\frac{(p-6)(2p+3) + 22}{2p+3}}{\frac{(p-5)(2p+3) + 11}{2p+3}} = \frac{(p-6)(2p+3) + 22}{(p-5)(2p+3) + 11}$$

$$= \frac{2p^2 + 3p - 12p - 18 + 22}{2p^2 + 3p - 10p - 15 + 11} = \frac{2p^2 - 9p + 4}{2p^2 - 7p - 4}$$

$$= \frac{(2p-1)(p-4)}{(2p+1)(p-4)} = \frac{(2p-1)}{(2p+1)}$$

**Respuesta:**  $\frac{(2p-1)}{(2p+1)}$

8. Efectúa y simplifica

$$\frac{x^2 - 9}{x - 3 + \frac{8x}{x + \frac{x+9}{x-3}}}$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2 - 9}{x - 3 + \frac{8x}{x + \frac{x+9}{x-3}}} &= \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3) + \frac{8x}{\frac{x(x-3)+(x+9)}{(x-3)}}} \\ &= \frac{(x-3)(x+3)}{\frac{(x-3)[x(x-3)+(x+9)]+8x(x-3)}{x(x-3)+(x+9)}} \\ &= \frac{(x-3)(x+3)[x(x-3)+(x+9)]}{(x-3)[x(x-3)+(x+9)]+8x} \\ &= \frac{(x+3)[x(x-3)+(x+9)]}{[x(x-3)+(x+9)]+8x} \\ &= \frac{(x+3)[x(x-3)+(x+9)]}{(x+3)^2} = \frac{x^2 - 2x + 9}{x + 3} \end{aligned}$$

**Respuesta:**  $\frac{x^2 - 2x + 9}{x + 3}$

9. Efectúa y simplifica

$$\frac{\frac{1}{3x-2y} + \frac{1}{2x+3y}}{\frac{2x+3y}{3x-2y} + 1}$$

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1}{3x-2y} + \frac{1}{2x+3y}}{\frac{2x+3y}{3x-2y} + 1} &= \frac{\frac{(2x+3y+3x-2y)}{(3x-2y)(2x+3y)}}{\frac{(2x+3y+3x-2y)}{(3x-2y)}} = \frac{(5x+y)}{(3x-2y)(2x+3y)} \\ &= \frac{(5x+y)(3x-2y)}{(5x+y)(3x-2y)(2x+3y)} = \frac{1}{2x+3y} \end{aligned}$$

**Respuesta:**  $\frac{1}{2x+3y}$

10 Efectúa y simplifica

$$\frac{\frac{\frac{x-1}{x^2-1} - \frac{x+1}{x^2+1}}{\frac{x-1}{x^2+1} - \frac{x+1}{x^2-1}}}{\left(x + \frac{1}{x}\right)}$$

$$\begin{aligned} \frac{\frac{\frac{x-1}{x^2-1} - \frac{x+1}{x^2+1}}{\frac{x-1}{x^2+1} - \frac{x+1}{x^2-1}}}{\left(x + \frac{1}{x}\right)} &= \frac{\frac{(x-1)^2 - (x+1)^2}{(x^2-1)(x^2+1)}}{\frac{(x-1)(x+1)}{(x^2+1)(x^2-1)}} \div \left(x + \frac{1}{x}\right) = \\ &= \frac{[(x-1)^2 - (x+1)^2](x^2+1)(x^2-1)}{(x^2-1)[(x^2-1)^2 - (x^2+1)^2]} \div \left(x + \frac{1}{x}\right) = \\ &= \frac{[(x^2 - 2x + 1) - (x^2 + 2x + 1)](x^2+1)}{(x^4 - 2x^2 + 1) - (x^4 + 2x^2 + 1)} \div \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= \frac{-4x(x^2+1)}{-4x^2} \div \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= \frac{x^2+1}{x} \div \frac{x^2+1}{x} = 1 \end{aligned}$$

**Respuesta: 1**

## Glosario

**Fracción Compleja.** Es aquella cuyo numerador o denominador son a su vez fracciones.

**Ley de la oreja.** Producto de los extremos y los medios de una división de fracciones.

## Otras Referencias

[http://www.eplc.umich.mx/salvadors/matematicas1/contenido/CapIV/4\\_8\\_si\\_mpl.htm](http://www.eplc.umich.mx/salvadors/matematicas1/contenido/CapIV/4_8_si_mpl.htm)

