NÚMEROS ENTEROS: Origen e Historia

Carlos Torres Ninahuanca[1]

El hombre desde principios de la evolución siempre utilizó recursos para facilitar su relación con el medio que lo rodea. Es consecuencia de ese proceso la redacción de este artículo.

En las siguientes líneas daremos una breve y sustancial descripción acerca de los números enteros en la historia.

La noción de cantidad, número y sistema numérico

Desde la era primitiva el hombre siempre buscó respuestas a sus inquietudes. La inquietud permitió la aparición de conceptos abstractos en la mente del hombre primitivo ya evolucionado. Cuando el hombre desarrolla la capacidad de darle sentido racional a las cosas, nace el concepto de cantidad.

Inicialmente no utilizábamos la notación indo – arábiga, sino representábamos, las cantidades, con marcas en los árboles, con un montón

[1] Estudiante universitario de la facultad de educación, en la especialidad de matemática y física, de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Lima. Perú.

de piedras, nudos en sogas, etc. Los recursos que utilizábamos dependían de la cultura donde estábamos ubicados.

Diversas culturas representan la noción de cantidad según su desarrollo lo permitía. Fruto de esta diversidad nacen las notaciones de cantidad como la romana, babilónica, griega, etc. Se sabe que los babilonios utilizaron simples enteros positivos para tratar de contar unas pocas ovejas, mientras que hoy en día los enteros positivos no satisfacen el complejo mundo de las matemáticas. Desde luego el significado que cada grupo social asigna a un determinado conocimiento o idea, implica mucho en su visión de vida. Por ejemplo los pitagóricos tenían una explicación de la realidad basada en los números. Filolao, filósofo pitagórico, resume perfectamente el papel tan importante que se le otorgaba:

"El número reside en todo lo que es conocido. Sin él es imposible pensar nada ni conocer nada."

La facultad de contar está implícita en la aparición del número. Se mencionó que el hombre hacía marcas, aunque a veces los seguimos haciendo, para representar ciertas cantidades, pues esta actividad, que perdura desde tiempos inmemoriales, se formalizó en cada cultura con el número.

El hombre advirtió que todos los conjuntos de objetos o de seres tienen una cualidad en común, con independencia de la naturaleza de los objetos o de los seres que lo componen. La cualidad se denomina número. Un ejemplo práctico reside en que el hombre al realizar tantas marcas, juntar tantas piedras, hacer tantos nudos deduce racionalmente, según la contabilidad de cada objeto, que dichas contabilidades conllevan a *"representaciones"*, que no depende de qué estuviese contando, sino más bien del número de marcas, de piedras, de nudos, etc. Entonces se estableció un símbolo para cada contabilidad respectiva. La contabilidad de una oveja se simbolizaría con I, 1, etc., según cada cultura establezca como universal. El nacimiento de los

sistemas numéricos tiene como precedente esta sistematización de universalidad.
De ahí que la notación que utilizamos hoy en día, que en general, fueron traídos de la India a Europa, por los árabes en el siglo X.

Hasta esta línea hemos presentado la aparición del número. Sin embargo todo aquello se debe a la necesidad por la cual evoluciona las matemáticas, pues bien, tenemos que ingresar con esto a la aparición de dos grandes ideas en la matemática: El número natural y entero.
La matemática evoluciona o cambia, para otros, según el contexto lo permita para dar solución a problemas.

El número natural

Desde que nos levantamos a diario para realizar nuestras labores, utilizamos el número natural. Si usted no se ha percatado de esto, pues simplemente fíjese en el número de libros que tiene en su biblioteca, en el número de camisas, o mejor si usted es estudiante, en el número de alumnos de su clase. Para contabilizar los objetos, utilizamos en general, los números naturales, por decir 3 pelotas, 100 estrellas, etc. También los números naturales nos sirven para ordenar o numerar; por ejemplo decimos *Universitario*[2] *está tercero en la tabla de posiciones* (sic) o también *Alianza*[3] *está en primer lugar en el torneo local* (sic). Entonces, colegimos que los números naturales tiene dos primeras características: la cardinalidad y la ordinalidad.
La representación simbólica de los números naturales, se presupone que surgió antes del nacimiento de las palabras para *"representarlos"*, seguramente porque es más fácil contar muescas en un palo que establecer una frase para identificar un número concreto. Los símbolos que representan a los números no han sido siempre los mismos. Citamos a continuación la simbolización de diversas culturas respecto a los números naturales, según su contexto.

[2] Universitario de deportes, club de fútbol de Perú.
[3] Alianza Lima, club de fúbtol de Perú.

- **En Egipto mediante jeroglíficos (base 10)**

Valor	1	10	100	1.000	10.000	100.000	1 millón, o infinito
Jeroglífico						 o 	
Descripción	trazo vertical (bastoncito)	asa o herradura invertida	cuerda enrollada (espiral)	Flor de loto con tallo.	Dedo	Pájaro o rana.	Hombre arrodillado con las manos levantadas

Figura 1

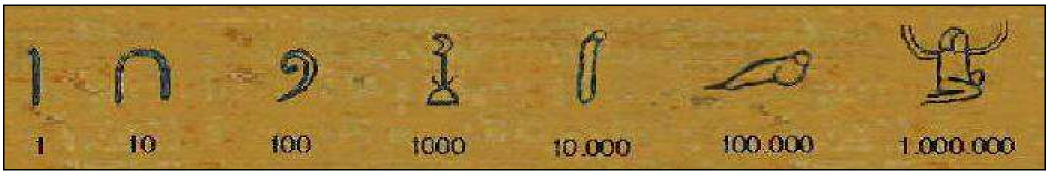


Figura 2

- **En Grecia mediante el alfabeto griego.**

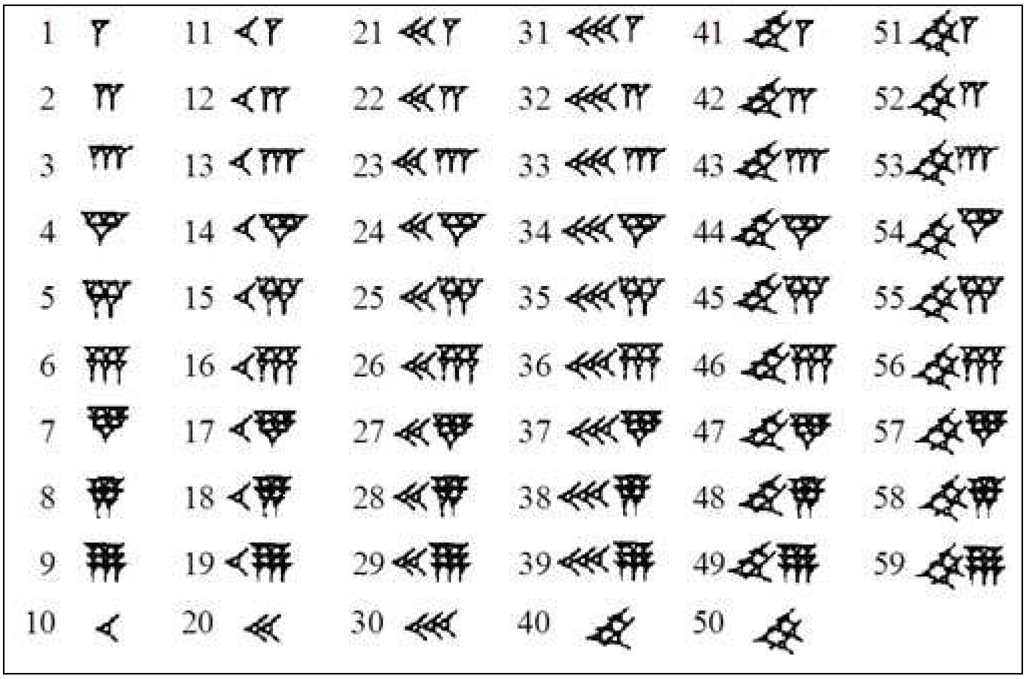
1	α	10	ι	100	ρ
2	β	20	κ	200	σ
3	γ	30	λ	300	τ
4	δ	40	μ	400	υ
5	ε	50	ν	500	φ
6	ϛ	60	ξ	600	χ
7	ζ	70	ο	700	ψ
8	η	80	π	800	ω
9	θ	90	ϟ	900	ϡ

Relación entre letra y número (figura 3)

- **En China mediante ideogramas.**

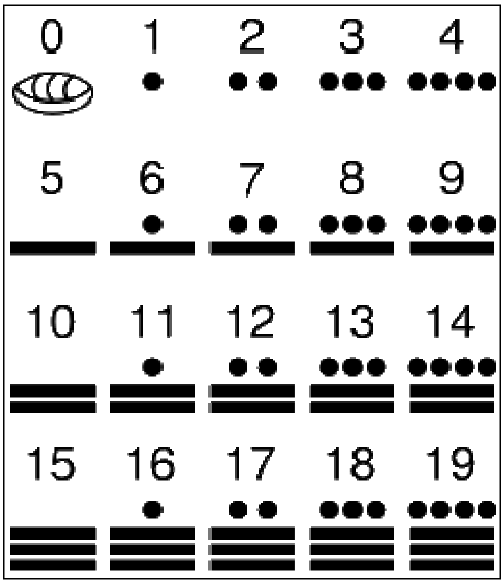
Notación China (figura 4)

- **En Babilonia mediante marcas.**

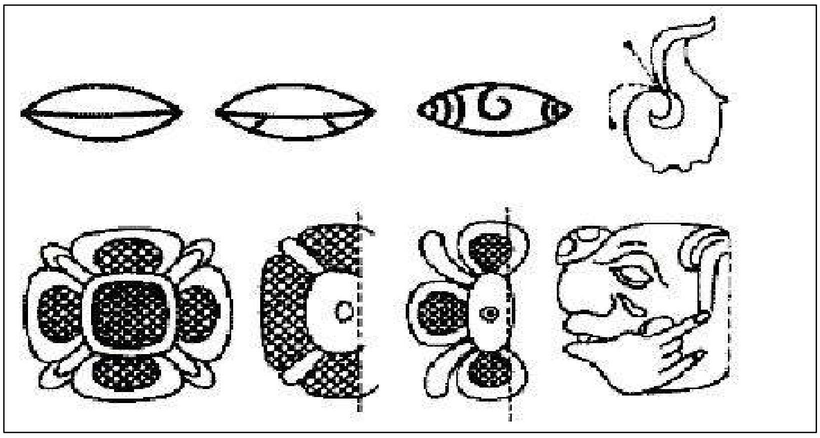


Representación por muescas (figura 5)

- **Los mayas utilizaban notaciones particulares.**



Notación Maya (figura 6)



Representación del cero (figura7)

- **En Roma las letras como indicador de cantidad.**

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1.000

Relación letra y número (figura 8)

- **En la actualidad, la notación Indo – Árabe**.

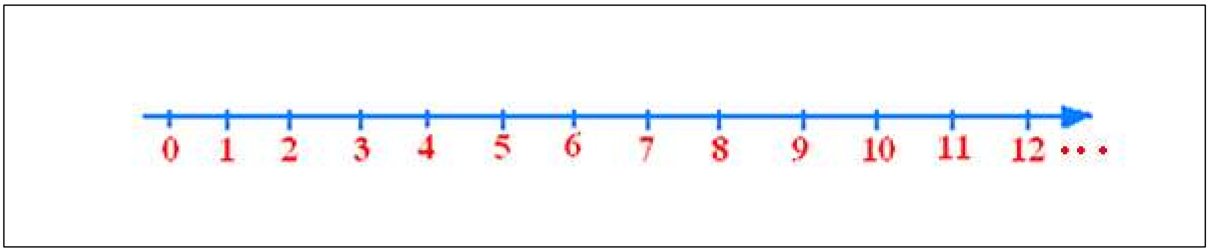
Arábigo	Romano	Griego	Hebreo
1	i	α'	a álef
2	ii	β'	K bet
3	iii	γ'	g guímel
4	iv	δ'	d dálet
5	v	ε'	h he
6	vi	ς'	V vav
7	vii	ζ'	Z zayin
8	viii	η'	X jet
9	ix	θ'	U tet
10	x	ι'	y iod yod

Notación actual (figura 9)

Finalmente se estableció el conjunto de los números naturales, con la notación adoptada por la letra N, y es el siguiente:

$$N = \{0,1,2,3,4,...,100,101,....\}$$

Se observa que los números están ordenados, entonces podemos relacionarlo con puntos mediante la recta numérica, cumpliendo una relación de punto a número, siendo así un ejemplo de la característica infinita de los naturales.



Recta numérica (Figura 10.)

Estamos incluyendo el cero en los números naturales tomando como referencia al aporte de Giuseppe Peano (1858 – 1932); que fue un matemático y filósofo Italiano, conocido por sus contribuciones a la Teoría de conjuntos. Peano publicó más de doscientos libros y artículos, la mayoría en matemáticas. La mayor parte de su vida la dedicó a enseñar en Turín[4]. Estamos haciendo referencia explícitamente a sus axiomas[5]. Sin embargo según la Teoría de Números, el cero no debe incluirse en los números naturales[6].

Se sabe desde luego que los pitagóricos clasificaron los números (naturales) en pares e impares y, probablemente, la designación de números perfectos, que se encuentra en Euclides (Egipto Ptolemaico, alrededor de 365 d.C.-275 a.C.)[7], para aquellos números como el 6, 28, 496, 8128 que tienen la propiedad de ser iguales a la suma de sus divisores menores que él; luego los números amigos para aquellos como 220 y 284, cada uno de los cuales es la suma de los divisores del otro.

Los números naturales se pueden sumar y multiplicar, pero no todos se pueden restar o dividir. Es por esto que se hace una extensión al conjunto de los naturales, la necesidad de completitud genera el conjunto de los números negativos.

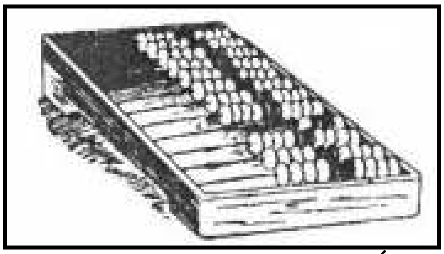
Los números negativos

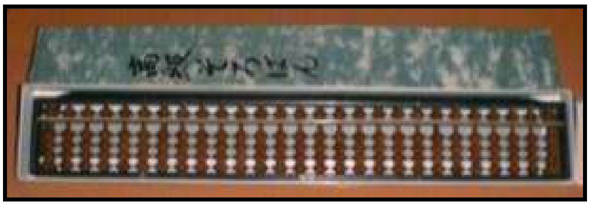
Los números negativos antiguamente conocidos como *"números deudos"* o *"números absurdos",* datan de una época donde el interés central era la de convivir con los problemas cotidianos a la naturaleza.

Las primeras manifestaciones de su uso se remontan al siglo V, en oriente, y no llega hasta occidente hasta el siglo XVI. En oriente se manipulaban números positivos y negativos, estrictamente se utilizaba los ábacos, usando tablillas o bolas de diferentes colores.

[4] Tomado de Wikipedia el 2007-01-17.
[5] Axiomas de Peano:
1. *0 es un número natural.*
2. *Todo número natural tiene un sucesor.*
3. *Si dos números naturales tienen el mismo sucesor, entonces son iguales.*
4. *0 no es el sucesor de ningún número natural.*

[6] Tomado de Wikipedia el 2007-01-17.
[7] Ibíd.





Ábacos Antiguos (Figura 2).

Sin embargo, los chinos no aceptaron la idea de que un número negativo pudiera ser solución de una ecuación. Corresponde a los Indios la diferenciación entre números positivos y negativos, que interpretaban como créditos y débitos, respectivamente, distinguiéndolos simbólicamente.[8]. Además el cero también es atribuida a esta cultura, hacia el año 650 d. C.
Tener en cuenta que los griegos utilizaban magnitudes negativas en sus teoremas del álgebra geométrica, pero este siempre referido a las propiedades de la operación de restar, tales como, por ejemplo,
$(a - b).(c - d) = ac + bd - ad - bc$; dejándolos como restas indicadas. Sin embargo fueron los indios los encargados en mostrar reglas numéricas para ello, esto en positivos y negativos. Es así que Brahmagupta, matemático indio, contribuye al álgebra con presentación de soluciones negativas para ecuaciones cuadráticas. La primera vez que aparece sistematizada de los números negativos y del cero es en la obra de Brahmagupta.

La notación muy difundida para los números positivos y negativos fue gracias a Stifel. La difusión de los símbolos germánicos (+) y (-), se popularizó con el matemático alemán Stifel (1487 – 1567) en el siglo XV, antes de ello se utilizaba la abreviatura de *p* para los positivos y *m* para los negativos.

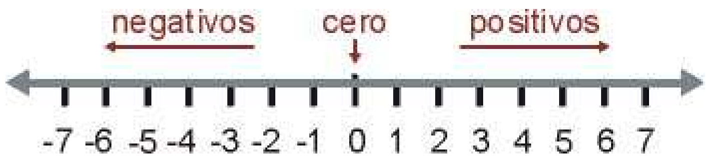
Hasta fines del siglo XVIII los números negativos no eran aceptados universalmente. Gerolamo Cardano, en el siglo XVI, llamaba a los números negativos "falsos", pero en su *Ars Magna* (1545) los estudió exhaustivamente. Jhon Wallis (1616 - 1703), en su *Aritmética Infinitoum* (1655), "demuestra" la imposibilidad de su existencia diciendo que "esos

[8] J. Pastor y J. Babini. Historia de la Matemática, Pág. 129.

entes tendrían que ser a la vez mayores que el infinito y menores que cero". Leonardo Euler es el primero en darles estatuto legal, en su *Anteitung Zur Algebra* (1770) trata de "demostrar" que (-1).(-1) = +1; argumentaba que el producto tiene que ser +1 ó -1 y que, sabiendo que se cumple (1).(-1)=-1, tendrá que ser: (-1).(-1) = +1.[9]

Los números negativos, además complementan o extienden el conjunto de los números naturales, generado por un defecto de los números naturales: la generalidad para la operación de resta y división. Por ejemplo 5 – 9 resulta – 4, que no es natural, no se cumple entonces la propiedad de clausura o cerradura en los naturales.

El hombre, visto en la imposibilidad de realizar, en general, la operación de resta crea otro conjunto, que viene hacer el conjunto de los números negativos. Los números naturales junto con los negativos formarán luego el conjunto de los números enteros; es decir los números naturales complementados con los naturales. Observemos el siguiente gráfico:



Donde:

- Los enteros positivos (positivos en el gráfico), se denota con Z^+.
- Los enteros negativos (negativos en el gráfico), se denota con Z^-.
- El cero no tiene signo, es neutro.

La distancia del cero a un número entero positivo +a, será la misma que la de un negativo –a; ambos entonces de igual magnitud. Así esto es denominado como valor absoluto.

El cero es aquel número entero que no posee ningún signo respectivo, vale decir no es positivo ni negativo; más aún es el nexo entre estos dos.

[9] M. Perero. Historia e Historias de Matemáticas. Pág. 66.

Esquemáticamente:

$$Z = \begin{cases} \left.\begin{array}{l} Z^{+} = \{1,2,3,...\} \\ \{0\} \end{array}\right\} N \\ Z^{-} = \{-1,-2,-3,...\} \end{cases}$$

Entonces los números enteros se representan por Z y está formado por los números naturales y sus "opuestos" (los números negativos). Esto es:

$$Z = \{...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...\}$$

Nota: La notación $+5 \equiv 5$; por ejemplo. Podemos prescindir del signo (+) de manera práctica.

CONCLUSIONES

1. Los números nacen junto la evolución del hombre, se origina de la práctica en la naturaleza.
2. La necesidad en la matemática la impulsa para ir cambiando y evolucionando.
3. Cada cultura dio manifestaciones de la noción de cantidad y la idea de número en sus representaciones.
4. Los enteros no fueron aceptados de manera universal hasta el siglo XVIII, sin embargo ya era usado por algunas culturas.
5. El cero no se origina formalmente junto con los números naturales.
6. Es necesario aplicar la historia de las matemáticas, como recurso didáctico, en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

BOYER, Carl B. (1987). Historia de la matemática. Alianza Editorial. Madrid. España.

GALDÓS, Luís. (2005). Dominando las matemáticas. Cultural S.A. Madrid. España.

PASTOR y BABINI. (1951). Historia de la matemática. Espasa – Calpe. Buenos Aires. Argentina.

PERERO, Mariano. (1994). Historia e historias de matemáticas. Grupo Editorial Iberoamericana. México DF. México.

RECURSOS EN INTERNET

http://es.wikipedia.org/wiki/Numeraci%C3%B3n_griega tomado el 2007-01-17

http://hawaii.ls.fi.upm.es/historia/etapas/antecedentes/Representaciones.htm tomado el 2007-01-18

Carlos Torres Ninahuanca

Correo electrónico: cartoni21@gmail.com

Página Web: http://edumate.wordpress.com